expressar el poc que sap faran la seva fortuna com a filòsof".

- De la seva concepció de la ciència: "Gosaria dir que esteu força indignats d'haver estat tanta estona sentint comentaris perfectament obvis que són certs per a tota cosa. Podeu pensar que cau per sota de la dignitat de la natura humana perdre tot aquest temps contemplant la grandària i la forma d'un tros de fusta. Doncs bé, està escrit en el quinzè llibre del Corà que quan Adam fou creat tots els àngels foren encomanats de servir-lo. Però Eblis, el seu cap, ho refusà tot dient 'Lluny de mi que sóc pur esperit, servir una criatura de fang.' I a causa d'aquest refús va ser expulsat per sempre del paradís. La sort d'Eblis us espera si no doneu la deguda reverència a aquestes petites trivialitats de cada dia —trivialitats que són certes de cada pedra que està sobre el terra, de cada gota de pluja que cau del cel, de cada bri d'aire que respireu. Com ell, trobareu amb sorpresa que la criatura de fang que menyspreeu és el Senyor de la Natura i la Mesura de les Coses, perquè en cada gra de polsim que cau hi són ocultes les lleis de l'Univers, i no hi ha hora que passi en la qual no tingueu l'infinit a les vostres mans."
- D'aquestes lleis de l'Univers, i sota la influència directa de Riemann de qui fou el traductor i introductor al Regne Unit: "1) Que les petites porcions d'espai *són*, de fet, de natura anàloga a petites muntanyes sobre una superfície que és en promig plana. 2) Que aquesta propietat de ser curvat o distorsionat és contínuament traspassada d'una porció de l'espai a una altra a manera d'una ona. 3) Que aquesta variació de la curvatura de l'espai és el que realment té lloc en el fenomen que anomenem *moviment de la matèria*, sigui aquesta ponderable o etèria. 4) Que en el món físic no té lloc altre procés exceptuada aquesta variació, subjecte (possiblement) a la llei de continuïtat."

L'aportació fonamental de Clifford a la geometria i al càlcul multivectorial de la física, aquella que ell designà com a àlgebra geomètrica i que porta avui el seu nom, es troba exposada, amb la magistral claredat que el caracteritzà, en el seu article *"Applications of Grassmann's extensive algebra"*, *Am. Jour. Math.* 1 (1878), pàgs. 350–358. A ell també han resultat aplicables les consideracions que, adreçades a l'obra de Grassmann, inicien l'article:

> "Em sigui permés d'expressar aquí la meva profunda admiració per aquest treball extraordinari, i la meva convicció que els seus principis exerciran una vasta influència sobre el futur de la ciència matemàtica".

Perspectives sobre l'ensenyament de la geometria al segle XXI

Traduït per Antoni Gomà
Institut de Batxillerat Joanot Martorell
e-mail: agoma@piec.xtec.es

1. Per què un estudi sobre la geometria?

Podríem dir que la geometria, considerada com una eina per a entendre l'espai en què vivim, descriure'l i interactuar-hi és, potser, la part de les matemàtiques més intuïtiva, concreta i lligada amb la realitat. Per altra banda, la geometria, com a disciplina, es sustenta en un ampli procés de formalització que s'ha anat consolidant al llarg de més de 2000 anys tot incrementant els seus nivells de rigor, abstracció i generalitat.

Els darrers anys la recerca en geometria ha tingut un impuls molt gran; han sorgit noves idees provinents d'altres àmbits de les matemàtiques i també d'altres disciplines, entre elles la informàtica. Actualment, les immenses possibilitats gràfiques dels ordinadors tenen una

influència decisiva en molts aspectes de la nostra vida; cal doncs, una educació visual adequada per a aprofitar aquestes possibilitats.

Degut als variats aspectes que presenta la geometria hi ha un acord molt ampli entre els matemàtics i els ensenyants de matemàtiques sobre el fet que l'ensenyament de la geometria ha de començar molt aviat i ha de continuar de forma apropiada al llarg de tot el currículum matemàtic. Tanmateix, de seguida que hom intenta entrar en detalls sorgeixen opinions del tot divergents sobre com s'ha d'aconseguir aquesta finalitat. Hi ha hagut en el passat desacords molt profunds (que persisteixen avui dia) sobre els objectius, els continguts i els mètodes escaients a l'ensenyament de la geometria als diversos nivells, des de l'ensenyament primari a la universitat.

Potser una de les raons principals per a aquesta situació és la multiplicitat d'aspectes que presenta la geometria, cosa que porta com a conseqüència el fet que no s'ha trobat fins ara —o potser no existeix com a tal?— un camí simple, clar, lineal i "jeràrquic" des de les beceroles de la geometria fins als temes mes avançats. A diferència del que passa amb l'aritmètica i l'àlgebra, fins i tot els conceptes més bàsics de la geometria, com és ara les nocions d'angle i distància, han de ser replantejats des de diferents punts de vista en diferents etapes.

Un altre punt problemàtic es refereix a la importància de les demostracions en geometria: paper de la intuïció, de les demostracions inductives i deductives, consideració de l'edat dels estudiants en què es poden introduir les demostracions i dels diferents nivells de rigor i abstracció.

Per tot això l'ensenyament de la geometria no és, en absolut, una tasca fàcil. Tanmateix ens trobem que, enlloc d'intentar enfrontar-se als obstacles i superar-los, la pràctica escolar de molts països els ha ignorat descaradament tot i suprimint les parts més exigents, sovint sense res a canvi. Per exemple: gairebé arreu del món la geometria de l'espai de tres dimensions pràcticament ha desaparegut o ha quedat confinada a un paper marginal.

A partir d'aquesta anàlisi i considerant de manera especial l'immens forat que s'ha obert entre la importància creixent de la geometria per ella mateixa i en la societat, i també com a objectiu de recerca, i la davallada considerable del seu paper en els currícula escolars, la ICMI considera que hi ha una necessitat urgent d'un estudi internacional, que tindria com a objectius prioritaris els següents:

- Discutir la finalitat de l'ensenyament de la geometria en les diferents etapes escolars, situant-la adequadament en cada entorn, d'acord amb les diferents tradicions culturals.
- Identificar els reptes més importants per al futur així com les noves tendències que poden sorgir i analitzar el seu impacte potencial en l'ensenyament.
- Experimentar i implementar nous mètodes didàctics.

2. Aspectes de la geometria

No hi ha cap dubte que la importància històrica de la geometria en el passat, en particular com el prototip d'una teoria axiomàtica, està reconeguda universalment i doncs, no caldrà que fem cap comentari al respecte. A més, durant el passat segle i més específicament a les darreres dècades, tal com va afirmar Jean Dieudonné a ICME 4 (Berkeley, 1980), la Geometria "ha depassat àmpliament els seus límits [...] ha revelat els seus poders ocults i la seva extraordinària versatilitat i adaptabilitat i així ha esdevingut una de les parts de les matemàtiques més universal i útil per a les aplicacions".

Actualment la geometria inclou aspectes tan variats que no podem esperar fer-ne una llista completa (i potser fer-ho no tindria cap utilitat). Seguidament s'esmenten alguns d'aquests aspectes, aquells que des del nostre punt de vista són especialment rellevants per les seves implicacions didàctiques.

- La geometria com la ciència de l'espai. Des de les seves arrels com a instrument per a descriure i mesurar figures, la geometria ha anat desenvolupant conceptes i mètodes mitjançant els quals podem construir i estudiar models idealitzats del món físic i, així mateix, d'altres fenòmens reals. Des de diferents punts de vista treballem amb la geometria euclidiana, afí, descriptiva, projectiva i, encara més, amb la geometria topològica, les no euclidianes o la geometria combinatòria.

- La geometria com a mètode que ofereix representacions visuals de conceptes i processos d'altres àrees de la matemàtica i d'altres ciències. Per exemple, gràfics, teoria de grafs, diagrames de diversos tipus, histogrames.

- La geometria com a punt de trobada entre les matemàtiques com a teoria i les matemàtiques com a font de models per a descriure la realitat.

- La geometria com una manera de pensar i de comprendre i, a un nivell més alt, com una teoria formal.

- La geometria com un exemple paradigmàtic per ensenyar el raonament deductiu.

- La geometria com una eina per a aplicacions pràctiques, alhora tradicional i innovadora. En aquest aspecte hi trobem, per exemple, els gràfics d'ordinador, el processament i transformació d'imatges, la robòtica, etc.

Hom pot parlar de diverses presentacions de la geometria, d'acord amb el tipus de feina que s'ha marcat com a objectiu, que marquen distincions des del punt de vista didàctic. Grosso modo es podrien assenyalar

- el punt de vista manipulatiu
- el punt de vista intuïtiu
- el punt de vista deductiu
- el punt de vista analític

Finalment, es pot distingir entre la geometria que posa l'èmfasi en les propietats "estàtiques" dels objectes geomètrics i una geometria en la qual es considera els objectes de manera "dinàmica", perquè canvien mitjançant diversos tipus de transformacions de l'espai.

3. Hi ha una crisi en l'ensenyament de la geometria?

Durant la segona meitat d'aquest segle sembla que la geometria ha perdut progressivament el seu caràcter central en la formació matemàtica en molts països. El decreixement ha estat, alhora, qualitatiu i quantitatiu. Els símptomes d'aquesta davallada es poden trobar en les enquestes recents, fetes a nivell internacional, sobre el coneixement matemàtic dels estudiants. Sovint s'ignora totalment la geometria o bé únicament s'inclouen uns pocs temes relacionats amb la geometria. Els temes que es tracten en aquest darrer cas tendeixen a restringir-se a alguns "fets" elementals pel que fa a figures elementals i llurs propietats i els resultats acostumen a ser relativament pobres.

Quines són les causes principals d'aquesta situació?

- Des de 1960 fins a 1980 s'ha esdevingut de forma general una "necessitat" de presentar de pressa els temes tradicionals a causa de la introducció en els currícula de matemàtiques de noves matèries (per exemple la probabilitat, l'estadística, la informàtica, les matemàtiques discretes). Al mateix temps el nombre d'hores dedicades a les matemàtiques a l'escola ha anat davallant progressivament. El "moviment de les matemàtiques modernes" ha contribuït —si més no indirectament— a la pèrdua de consideració del paper que ha de jugar la geometria euclidiana i ha afavorit d'altres parts de les matemàtiques i d'altres punts de vista per a ensenyar-les (la teoria de conjunts, la lògica, les estructures abstractes). Així, en particular, s'han deixat de treballar els aspectes visuals de la geometria, tant del pla com de l'espai, i totes aquelles qüestions que no s'inclouen a l'àlgebra lineal, com és ara l'estudi de les còniques i d'altres corbes notables.

- Darrerament hi ha hagut un retorn cap als continguts més tradicionals en matemàtiques, amb un èmfasi especial en les activitats de plantejament i resolució de problemes. Tanmateix els intents de reincorporar la geometria euclidiana clàssica —que abans representava la part fonamental dels continguts de la geometria escolar en bona part del món— no han anat acompanyats de l'èxit desitjat. El cas és que, tradicionalment, els conceptes de la geometria euclidiana es presentaven als estudiants com un producte de l'activitat matemàtica del tot "acabat". Fent-ho així, no encaixava en els currícula perquè s'esperava que els alumnes prenguessin part activa en el desenvolupament dels

seus coneixements matemàtics.

- En la majoria dels països el percentatge de la població que arriba a l'ensenyament secundari ha augmentat molt ràpidament durant les darreres dècades. Per això l'actitud tradicional d'ensenyar geometria abstracta a una minoria selecta presenta moltes dificultats i alhora resulta inapropiada per a la majoria d'estudiants de les noves generacions. Al mateix temps la necessitat d'incrementar molt la quantitat de professorat disponible ha causat una davallada, en terme mitjà, de la seva preparació universitària. Això és especialment cert pel que fa a les parts més exigents de les matemàtiques, entre les que hi podem esmentar la geometria. Com que les professores i professors joves han après matemàtiques amb currícula que oblidaven la geometria, troben a faltar una bona formació en aquest camp, cosa que els provoca la tendència "natural" a negligir l'ensenyament de la geometria als seus alumnes. La situació és encara més dramàtica en països sense tradició escolar: en alguns casos la geometria està absent del tot de les escoles.

- Tot sembla indicar que la divergència entre la concepció de la geometria com una àrea de recerca i els continguts escolars que es presenten s'incrementa dia rera dia; però en canvi no s'ha arribat pas al consens sobre la forma d'acostar posicions, encara que només fos en l'opinió de la possibilitat (o la conveniència) d'arribar-hi mitjançant la introducció de temes avançats en les darreres etapes de l'educació secundària.

4. Com es reflecteix la geometria a l'educació

Fins ara hem considerat la geometria com una teoria matemàtica i hem analitzat alguns aspectes del seu *ensenyament*. Tanmateix, com que de manera inqüestionable *l'aprenentatge* és l'altre pol essencial de qualsevol projecte educatiu, convé que ara dediquem l'atenció que es mereixen les principals variables que poden afectar un procés coherent *ensenyament/aprenentatge*. S'han de prendre en consideració diversos aspectes o "dimensions" (considerades en el més ampli sentit de la paraula):

- La *dimensió social*, amb dos pols:
  - El pol cultural, és a dir la construcció d'un substrat comú (coneixement i llenguatge) per a totes les persones que formen part d'una mateixa civilització.
  - El pol educacional, és a dir el desenvolupament de criteris, interns a cada individu, que facin consistent i responsable el seu raonament.

- La *dimensió cognitiva*, és a dir, el procés que, partint de la realitat, condueix gradualment a una percepció acurada de l'espai.

- La *dimensió epistemològica*, és a dir la capacitat d'interrelacionar la realitat i la teoria mitjançant la consideració de models (fer previsions, avaluar els seus efectes, replantejar-les). D'aquesta manera l'axiomatització permet alliberar-se de la realitat; alhora aquest fet es pot veure com un pas cap a posteriors conceptualitzacions.

- La *dimensió didàctica*, és a dir la relació entre l'ensenyament i l'aprenentatge. En el marc d'aquesta dimensió cal tenir en compte aspectes molt diversos. Com a exemple, en comentem tres:
  - La interdisciplinarietat, tant a dintre de les matemàtiques com entre les matemàtiques i d'altres ciències.
  - La consistència dels punts de vista del professor i de l'alumne, en el marc d'un determinat estudi. Per exemple per tal de ser conscients que les diferents escales de distància han d'incorporar concepcions diverses del treball dels alumnes, amb procediments adequats a cada cas, tot i que la situació sigui la mateixa des del punt de vista matemàtic: en un "espai de coses petites", la percepció visual pot ajudar a fer conjectures i a identificar les propietats geomètriques; quan manipulem objectes de l'espai en què habitualment ens movem (per exemple, l'aula) és fàcil encara aconseguir informació local,

però pot ser difícil assolir una visió global; en un "espai a gran escala" (com és ara en la geografia o en l'astronomia) hom necessita representacions simbòliques per a analitzar les seves propietats.

- La consideració de la influència d'instruments adequats en situacions d'ensenyament/aprenentatge (començant, és clar, pel regle i el compàs i d'altres materials "concrets" però arribant, també, a calculadores gràfiques, ordinadors i programari específic).

No cal dir que totes aquestes dimensions s'interrelacionen l'una amb l'altra i que s'han d'inserir de manera escaient en cadascuna de les etapes escolars: infantil, primària, secundària obligatòria, secundària postobligatòria (on comença habitualment la diversificació entre la via acadèmica, la tècnica i la vocacional) i universitària, sense oblidar la formació dle professorat.

5. Les noves tecnologies i l'ensenyament de la geometria

Hi ha una llarga tradició dels matemàtics pel que fa a l'ús d'eines tecnològiques i, recíprocament, l'ús d'aquestes eines ha provocat el repte de resoldre molts problemes matemàtics (com és ara les construccions geomètriques possibles amb regle i compàs, o bé els càlculs numèrics amb logaritmes i instruments mecànics). Els darrers anys les noves tecnologies i, molt en particular els ordinadors, han influït de manera dramàtica en la nostra societat, des de múltiples aspectes. Moltes activitats tradicionals han esdevingut obsoletes i, en canvi, han sorgit noves professions i nous desafiaments. Per exemple, el dibuix tècnic ja no es fa a mà sinó que, avui dia, hom empra programes comercials d'ordinador, plotters i d'altres recursos tecnològics. Hi ha un ampli programari de CAD/CAM i d'àlgebra simbòlica a l'abast del públic interessat.

Els ordinadors també han fet possible construir "realitats virtuals" i generar de manera interactiva animacions o gràfics sorprenents (com és ara els fractals) i, encara més, es poden emprar per a enllestir experiments que altrament serien inaccessibles o bé accessibles únicament amb una despesa de molt de temps amb un treball repetitiu i pesat.

Sense cap dubte la geometria està estretament implicada en totes aquestes activitats, per una banda per a millorar la capacitat d'emprar les eines tecnològiques de manera apropiada i, per l'altra, per a interpretar i entendre el significat de les imatges que aquestes eines ens proporcionen.

Un altre aspecte en què ens poden ajudar els ordinadors, mitjançant l'ús de programari dissenyat específicament amb finalitat didàctiques, és l'aprofundiment en la comprensió de les estructures geomètriques. Es pot esmentar la possibilitat de simular les tradicionals construccions amb regle i compàs, o la posssibilitat de moure els elements bàsics d'una construcció realitzada a la pantalla però conservant les relacions entre ells, cosa que pot conduir a una presentació dinàmica dels objectes geomètrics i pot afavorir la identificació dels invariants.

Fins ara la pràctica escolar només ha estat influïda marginalment per les innovacions que acabem de comentar. Però hem d'esperar que en un futur immediat, si més no, algunes d'aquestes possibilitats trobaran el seu lloc en els currícula. Això planteja grans qüestions:

- Com influirà l'ús dels ordinadors en l'ensenyament de la geometria, els seus objectius, els seus continguts i els seus mètodes?
- Es podran preservar els valors culturals de la geometria clàssica o bé aquests valors hauran d'evolucionar, i com?
- En aquells països en què la situació econòmica no permeti una dotació generalitzada i urgent d'ordinadors a les escoles, serà possible, tanmateix, reestructurar els currícula de geometria per tal de donar resposta als reptes principals derivats de l'ús de mitjans tecnològics?

6. Temes-clau i reptes per al futur

En aquesta secció explicitarem algunes de les qüestions més rellevants que sorgeixen a partir de les consideracions que han aparegut fins ara en aquest document. Creiem que si entre tots podem aclarir aquests temes haurem contribuït a un progrés significatiu en l'ensenyament de la geometria. Evidentment que no pensem que

tots els problemes que plantegem siguin resolubles ni que les solucions siguin úniques i tinguin validesa universal. Ben al contrari, les solucions poden ser variades, adaptades a les successives etapes de l'ensenyament, als diversos tipus d'escola i als diferents entorns culturals.

6.1. Objectius. Per què és aconsellable i/o necessari ensenyar geometria?

Quins dels objectius següents han de ser considerats com els més rellevants pel que fa a l'ensenyament de la geometria?

- Descriure, entendre i interpretar el món real i els seus fenòmens.
- Oferir un exemple de teoria axiomàtica.
- Aportar una col·lecció rica i variada de problemes i exercicis per a l'activitat individual dels estudiants.
- Incloure en l'aprenentatge els hàbits de fer suposicions, exposar conjectures, construir demostracions, i mostrar exemples i contra-exemples.
- Servir com a eina de treball per a d'altres àrees de les matemàtiques.
- Enriquir la percepció social de les matemàtiques.

6.2. Continguts. Què és el que hem d'ensenyar?

En què hem de posar l'èmfasi quan ensenyem geometria, en la "quantitat" o en la "qualitat"?

És possible/recomanable identificar un currículum essencial?

En cas d'una resposta afirmativa, quins temes s'han d'incloure en el programa en les diferents etapes escolars? Si, en canvi, la resposta és negativa, per què creiem que es pot deixar llibertat als ensenyants o a les autoritats locals per escollir els continguts geomètrics d'acord amb les seves preferències (és aquest punt de vista comú a d'altres apartats de les matemàtiques o és una qüestió peculiar de la geometria)?

S'ha d'ensenyar la geometria com una matèria específica, separada, o bé inclosa en els continguts de l'àrea de matemàtiques?

Sembla que hi ha un acord generalitzat en el sentit que l'ensenyament de la geometria ha de reflectir les necessitats actuals i potencials de la societat. En particular, cal potenciar en tots els nivells escolars una visió acurada de la geometria de l'espai i les seves relacions amb la geometria plana. Així doncs, hem de plantejarnos com podem modificar i millorar l'actual status (en què únicament s'afavoreix la geometria plana) i hem d'arribar al convenciment que cal fer-ho.

De quina manera l'estudi de l'àlgebra lineal pot reforçar la comprensió de la geometria? En quina etapa de l'aprenentatge caldria introduir l'estructura "abstracta" d'espai vectorial? I quines són les finalitats d'aquesta introducció?

Seria possible (i recomanable?) incloure també en els currícula alguns elements de geometria no euclidiana?

6.3. Mètodes. Com hem d'ensenyar geometria?

Qualsevol aspecte de la geometria que s'hagi tractat es podrà localitzar entre els dos extrems: el punt de vista "intuïtiu" a un costat, el punt de vista "formal" o "axiomàtic" a l'altre. Hem de potenciar únicament un d'aquests punts de vista en cada nivell escolar, o bé hem de plantejar la interacció dialèctica entre ells, o bé hi ha d'haver un pas gradual de l'un a l'altre, paral·lel a l'augment de l'edat dels alumnes i el seu progrés escolar?

Quin és el paper de l'axiomàtica en el marc de l'ensenyament de la geometria? Convé presentar un sistema d'axiomes complet des del primer moment (i si fos així, a quina edat i en quin nivell escolar) o és més recomanable introduir els axiomes gradualment, és a dir, a través d'un mètode de "deduccions locals"?

Tradicionalment, la geometria és la matèria on "es demostren teoremes". La "demostració de teoremes", s'ha de restringir a la geometria?

Hem d'exposar les demostracions als alumnes amb diferents nivells de rigor (d'acord amb l'etapa de l'aprenentatge)? Les demostracions, han de ser instruments per a la comprensió personal, per a convèncer els altres, o per a explicar, aclarir, verificar?

A partir d'un determinat nivell escolar, hem de demostrar qualsevol afirmació o convé seleccionar alguns pocs teoremes per a treballar la seva demostració? Si fos així, quines proposicions triaríem: les que són "més importants"

en un determinat context de treball o bé aquelles que són "més difícils" de demostrar? els resultats més intuïtius o aquells que, d'alguna manera, van "contra" la intuïció?

Tothom veu que hi ha hagut una tendència internacional cap a la introducció cada vegada més precoç dels mètodes analítics, en comptes d'altres aspectes (sintètics) de la geometria. Hom allega que la geometria analítica presenta models algebraics per als problemes geomètrics. Tanmateix, de seguida que els estudiants comencen a treballar amb aquests nous mètodes es veuen abocats ràpidament a un mou món de símbols i càlculs que fa que perdin de vista el lligam entre la geometria i el model algebraic, ajudats pel fet que la interpretació geomètrica dels càlculs és, sovint, oblidada. Pensant en tot això, a quina edat i en quin nivell escolar ha de començar l'aprenentatge de la geometria analítica? Quines activitats, mètodes i marcs de treball teòrics caldria emprar per a recuperar el lligam entre els models algebraics de l'espai i les situacions geomètriques que simbolitzen?

Com podríem augmentar de manera eficaç la capcitat de l'alumnat per a escollir el plantejament i les eines adequades per a la resolució de problemes geomètrics específics (conceptual, manipulatiu, tecnològic)?

6.4. Llibres, ordinadors i d'altres recursos didàctics. Els llibres de text tradicionals són com nosaltres voldríem que fossin, de cara a un adequat ensenyament/aprenentatge de la geometria?

Com fan servir el professorat i l'alumnat actualment els llibres de text i d'altres materials auxiliars per a l'aprenentatge de la geometria? Com voldríem que l'alumnat en tragués profit?

Quins canvis cal fer en l'ensenyament i l'aprenentatge de la geometria amb el punt de mira d'un accés cada vegada més generalitzat a programaris d'ordinador, vídeos, materials multimèdia i d'altres recursos tecnològics?

Quines són les avantatges, des del punt de vista educacional i dels del geomètric, que es poden deduir de l'ús d'aquests recursos?

Quins problemes i limitacions poden sorgir amb la implementació de mitjans tecnològics i com podem superar-los?

Fins a quin punt el coneixement adquirit amb l'ajut de l'ordinador es pot traslladar a d'altres àmbits?

6.5. Avaluació. Els procediments d'avaluació i de valoració dels alumnes influeixen en gran manera sobre les estratègies d'ensenyament i aprenentatge.

Com podem fixar uns objectius terminals i com podem elaborar unes tècniques de valoració que siguin coherents amb aquests objectius? Hi ha alguns aspectes de l'avaluació que són peculiars a l'ensenyament i a l'aprenentage de la geometria?

L'ús de calculadores, ordinadors i programes específics per a la geometria pot influir en els continguts dels exàmens i en els criteris per a la valoració de les respostes dels estudiants?

Els procediments d'avaluació, s'han de basar primordialment en proves escrites (com és habitual arreu del món) o bé s'ha de deixar que juguin el seu paper la comunicació oral i el treball amb l'ordinador, fins i tot com a eina de dibuix?

Què és exactament el que hem de considerar en el procés d'avaluació: Els "resultats"? Els "procediments"? Un mètode de treball? Les construccions geomètriques?

6.6. Formació del professorat. La bona formació del professorat és essencial per a un procés eficaç d'ensenyament/aprenentatge.

Aquesta formació ha de contemplar tant la competència en la matèria com d'altres aspectes socials, educacionals, epistemològics i tecnològics. Així doncs, quina preparació específica en geometria (que sigui realment assolible) necessita el professorat dels diferents nivells?

És ben cert que el professorat tendeix a reproduir en la seva docència els mateixos models que havia experimentat en la seva etapa discent, sense tenir massa en compte altres punts de vista. Com és possible, llavors, aconseguir una motivació pel que fa a la necessitat dels canvis en la perspectiva de l'ensenyament de la geometria (tant pel que fa a continguts com pel que fa a mètodes)?

Quins materials didàctics (llibres, vídeos, programari, ...) caldria potenciar en la formació permanent del professorat per tal d'afavorir una concepció flexible i oberta de l'ensenyament de la geometria?

6.7. Previsió dels efectes a llarg termini. Massa sovint l'èxit (o el fracàs) d'una reforma curricular i/o d'una innovació metodològica s'avaluen sobre la base de l'observació dels seus resultats en un període curt i sense estudis comparatius dels possibles efectes tangencials del canvi de mètodes o de continguts. Ben al contrari, caldria analitzar què succeeix a llarg termini. Per exemple:

- Si s'imparteix una educació visual des dels primers nivells escolars, això té un impacte sobre el pensament geomètric en etapes posteriors?

- Quina influència té el moment de la introducció dels mètodes analítics sobre la intuïció visual de l'alumnat? Quan aquests alumnes esdevinguin professionals, es refiaran més de la visió "intuïtiva" o bé de la visió "racional" de l'ensenyament de la geometria que han rebut?

- Quin és l'impacte d'un ús generalitzat de les noves tecnologies en l'aprenentatge de la geometria?

6.8. Implementació. Al congrés ICME-5 (Adelaida, 1984) J.Kilpatrick va formular una qüestió provocativa: *Què sabem l'any 1984 sobre l'educació matemàtica que no sabéssim ja l'any 1980?*. Recentment s'ha reprès el tema en un estudi de la ICMI: *"el que representa la recerca en l'ensenyament de les matemàtiques i quins són els seus resultats"*. Per a la geometria la possibilitat de basar-se en resultats de l'experimentació i la recerca serà molt útil per tal de no repetir camins que han fracassat i trobar, en canvi, solucions profitoses per a aquests temes i per a d'altres que encara són incerts, valorant els avantatges de les possibles alternatives.

A partir d'això, una pregunta crucial que formulem per acabar:

Què coneixem ja de la recerca en l'ensenyament i l'aprenentatge de la geometria i què voldríem que ens aportés la recerca en el futur?

Internacional

Beques i Ajuts

La Fundació "La Caixa" convoca beques per a realitzar estudis de postgrau a l'estranger, enfocats preferentment a l'obtenció d'un màster o a l'inici d'un doctorat. Inclouen despeses de viatge, despeses d'allotjament i manutenció i assegurança de malaltia i accidents. El termini per a presentar instàncies resta obert per als EEUU i Gran Bretanya i acaba el 30 de juny de 1995.

Societat Europea de Matemàtiques (EMS)

Socis

Volem recordar que per a esdevenir soci de la EMS s'ha de fer a través d'una societat membre, com ara la SCM. Si ho voleu fer per la SCM, el mecanisme és molt senzill: poseu-vos en contacte amb la secretària de la Societat, que us informarà més detalladament i us prendrà les dades.

Volem informar que la SCM ha abonat a la EMS les quotes dels anys 1994 i 1995, tant les que li corresponen com a societat com les dels socis individuals que ho són via la SCM.

EMS Lectures

La Societat Matemàtica Europea (EMS) organitzarà cada dos anys una sèrie de conferències, impartides per un(a) matemàtic(a) de renom, en algun centre de l'àrea d'influència de l'EMS durant dos o tres dies. Es tracta de lliçons de tipus expositori a un nivell alt sobre un tema d'interés actual.

La primera d'aquestes activitats tindrà lloc enguany a la Universitat de Franche-Comté, Besançon, França, organitzada per Eva Bayer.

Conferenciant: H. W. Lenstra, Jr. (Berkeley).

Títol: *Topics in algorithmic algebraic number theory.*

Dates: Del 12 al 15 de juny de 1995.